

|    |    |      |    |      |   |
|----|----|------|----|------|---|
| 学年 | 学科 | 学生番号 | 氏名 | 紙で提出 | 印 |
|----|----|------|----|------|---|

|                              |                            |
|------------------------------|----------------------------|
| （入力時間 13:05–14:15（制限時間：70分）） | 数字は全て整数で入力し，余計なスペースを入れないこと |
|------------------------------|----------------------------|

1. 次の計算をせよ.

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \end{bmatrix} =$$

問1 上記問題の答を下記選択肢から選べ.

|          |         |          |                                                                                   |                                                                                  |                                                                |
|----------|---------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| (1) $-5$ | (2) $5$ | (3) $37$ | (4) $\begin{bmatrix} 6 & -4 & 14 \\ -15 & 10 & -35 \\ -9 & 6 & -21 \end{bmatrix}$ | (5) $\begin{bmatrix} 6 & 4 & 14 \\ -15 & 10 & -35 \\ -9 & -6 & 21 \end{bmatrix}$ | (6) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -2 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$ |
|----------|---------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|

2.  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$  に対して，次の計算を行え.

問2  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  の結果を選択肢から選べ.問3  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  の結果を選択肢から選べ.問4  $|\mathbf{a}|$  の結果を選択肢から選べ.問5  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a}$  の結果を選択肢から選べ.

問2–5 共通の選択肢：

|                           |         |          |                 |         |          |
|---------------------------|---------|----------|-----------------|---------|----------|
| (1) $\frac{\sqrt{35}}{2}$ | (2) $0$ | (3) $30$ | (4) $\sqrt{30}$ | (5) $9$ | (6) $12$ |
|---------------------------|---------|----------|-----------------|---------|----------|

|                                                    |                                                   |                                                    |                                                    |
|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| (7) $\begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ -27 \end{bmatrix}$ | (8) $\begin{bmatrix} -5 \\ 10 \\ 6 \end{bmatrix}$ | (9) $\begin{bmatrix} 19 \\ 13 \\ 23 \end{bmatrix}$ | (10) $\begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix}$ |
|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|

3.  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -2 & 0 \\ 4 & 8 & -3 & 5 \\ 3 & 17 & -5 & 1 \end{bmatrix}$  のランクを下記のように掃出し法で求める.

最初に，下記の表を完成させる.

|   |    |    |   |       |
|---|----|----|---|-------|
| 1 | 7  | -2 | 0 |       |
| 4 | 8  | -3 | 5 |       |
| 3 | 17 | -5 | 1 |       |
| 1 | 7  | -2 | 0 |       |
| 0 | ウ  |    |   | ②+①×ア |
| 0 |    |    |   | ③+①×イ |
|   |    |    |   |       |

問6 アとして適当な数値を入力せよ.

問7 イとして適当な数値を入力せよ.

問8 ウとして適当な数値を入力せよ.

問9  $\text{rank}\mathbf{A}$  の値を入力せよ.

4.  $\begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  の固有値、ベクトルを求めよ.

(値を入力する場合には余計なスペースを入れないこと)

問 10 小さい方の固有値を入力せよ.

問 11 もうひとつの固有値を入力せよ. もし, 固有値がひとつなら 999 を入力せよ.

問 12 問 10 の固有値に対応する固有ベクトルを選べ.

問 13 問 11 の固有値に対応する固有ベクトルを選べ.

問 12, 13 共通の選択肢

(1)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$     (2)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$     (3)  $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$     (4)  $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$     (5)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$     (6)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

(6) 固有値はひとつなので, 問 4 の答はない.

5. 次の行列の幾何学的重複度と代数的重複度を求め, 対角化可能であるかを判断せよ. なお, この行列の固有値は 2 個ある.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 7 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

問 14 小さい方の固有値に対応する代数的重複度を入力せよ.

問 15 大きい方の固有値に対応する幾何学的重複度を入力せよ.

問 16 この行列は対角化可能か?

(1) 可能      (2) 不可能

6. 3 点  $\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  を通る平面の方程式を求める.

問 17 この平面の法線として正しいものを選択肢の中から選べ.

(1)  $\begin{bmatrix} -11 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}$     (2)  $\begin{bmatrix} -5 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}$     (3)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$     (4)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$     (5)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$     (6)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

問 18 この平面上の点を  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$  としたとき, 陰関数表示としたこの平面の方程式を下記の選択肢から選べ.

(1)  $-11x - 4y + 8z + 43 = 0$       (2)  $-5x - 4y + 8z + 43 = 0$       (3)  $-5x - 4y + 8z = 0$   
(4)  $x - 5 = 0$       (5)  $x + z - 5 = 0$       (6)  $x + 2y + z - 5 = 0$

7.  $R^3$  において  $\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$  により張られる (生成される) 空間を  $U$  とする.

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$  としたとき,  $\mathbf{x} \in U$  となる条件を求めよ.

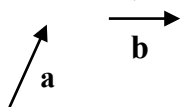
問 19  $\mathbf{x} \in U$  となる条件として適切なものを選択肢より選べ.

(1)  $2x + 3y + z - 1 = 0$       (2)  $x + 2y + z = 0$       (3)  $6x - 2y - z = 0$   
(4)  $6x + 9y + z - 3 = 0$       (5)  $6x + 2y + z - 3 = 0$       (6)  $2x + 9y + z = 0$

計算問題は計算過程も書くこと。答だけのときには×とすることもある。

学年 \_\_\_\_\_ 学科 \_\_\_\_\_ 学生番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

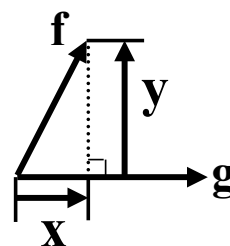
1. ベクトル  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  が以下のように定義されている。ベクトル  $-\mathbf{a}+3\mathbf{b}$  を図解せよ。



2. 方程式  $-3x-7y+4z=0$  の解空間 ( $V$  とする) の次元と一組の基底を求めよ。

3. グラムシュミットの直交化に関する次の間に答えよ。

- (1) ベクトル  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  をそれぞれベクトル  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$  により表せ。求め方も書くこと。



- (2),  $\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$  としたとき,  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  を計算せよ。

- (3) (2)の結果を利用して, 一組の正規直交基底を作れ。